

A GRADIENT-ENHANCED COHESIVE ZONE MODEL: AN ALTERNATIVE TO MESH SIZE EFFECTS FOR MODELLING DELAMINATION

J. Reinoso^{1,2,3}, P. Olivares-Rodríguez^{1,2}, A. Valverde-González^{4,5*}

¹Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras, Universidad de Sevilla, Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla, España.

²Grupo de Ingeniería de Estructuras y Materiales, Escuela Politécnica Superior, Universidad de Sevilla, Calle Virgen del África 7, 41011, Sevilla, España.

³ENGREEN - Laboratory of Engineering for Energy and Environmental Sustainability, Universidad de Sevilla, Sevilla, España.

⁴Materials and Sustainability, Engineering Department, Loyola University Andalusia, 41014 Sevilla, España.

⁵Instituto de Energía, Tecnología y Sostenibilidad (LETS), Universidad Loyola Andalucía

* Persona de contacto: ajvalverde@uloyola.es

RESUMEN

La simulación numérica de eventos de delaminación en estructuras ingenieriles ha atraído una considerable atención en las últimas tres décadas. Dentro de este contexto, los modelos de zona cohesiva (CZM) han surgido como herramientas computacionales ampliamente adoptadas para este propósito. Sin embargo, los CZM suelen sufrir de requisitos de mallas bastante refinadas para converger a soluciones de equilibrio, las cuales surgen de la relación no lineal inherente entre las fuerzas de tracción y el *displacement gap* a lo largo de la interfaz. Las directrices sugieren el uso de entre 2-5 elementos dentro de la denominada zona de proceso de fractura (FPZ) con el fin de aliviar tales problemas de convergencia, y alternativamente, la modificación de las propiedades de resistencia de la interfaz mediante la ampliación de la FPZ en el modelo correspondiente. En un esfuerzo por abordar estas limitaciones, proponemos un modelo cohesivo mejorado con gradientes para fenómenos de delaminación. Este modelo se implementa en el software de elementos finitos ABAQUS como un elemento definido por el usuario.

PALABRAS CLAVE: Modelos a gradiente; Mecánica Computacional; Método de los Elementos Finitos; Mecánica de la Fractura; Modelos de Zona Cohesiva

ABSTRACT

The numerical prediction of delamination events in engineering structures has attracted considerable attention in the last three decades. Within this context, cohesive zone models (CZMs) have emerged as widely adopted computational tools for this purpose. However, CZMs usually suffer from notable mesh requirements for achieving converged equilibrium solutions, arising from the inherent nonlinear relationship between the traction vector and the displacement gap along the interface. Practical guidelines suggest the use of between 2-5 elements within the so-called fracture process zone (FPZ) in order to alleviate such convergence issues, and alternatively the modification of the interface strength properties via enlarging the FPZ in the corresponding model. In an effort to address these limitations, we propose a gradient-enhanced cohesive model for delamination phenomena. This model is implemented in the FE software ABAQUS as a user-defined element.

KEYWORDS: Gradient-enhanced models; Computational Mechanics; Finite Element Method; Fracture Mechanics; Cohesive Zone Model.

1. INTRODUCCIÓN

Los modelos de zona cohesiva (CZM) son herramientas que representan la degradación progresiva de la interfaz mediante leyes de tracción-separación que relacionan las tracciones cohesivas con las *displacement gaps*. Estos modelos han demostrado ser eficaces para el análisis de delaminación en diversos sistemas de materiales, desde el hormigón hasta los materiales compuestos. Sin embargo, los desafíos computacionales prácticos asociados con la sensibilidad a la malla continúan

limitando su capacidad predictiva en aplicaciones de ingeniería. Específicamente, tienen que vencer un gran obstáculo: la discretización en la zona de proceso de fractura.

De acuerdo con [1], para los CZM se recomienda un mínimo de 2-5 elementos finitos a través de la zona de proceso de fractura (FPZ) para prevenir oscilaciones numéricas y dificultades de convergencia en las iteraciones de equilibrio. Este requisito de malla impone restricciones computacionales significativas,

particularmente para análisis tridimensionales a gran escala donde las dimensiones de FPZ son pequeñas en relación con las dimensiones estructurales. Además de estos fenómenos de malla, hay otros aspectos que influyen en el resultado obtenido: la consideración de espesor cero o finito en el propio elemento cohesivo, utilizar modelos intrínsecos o extrínsecos [2] o la elección de un adecuado esquema de integración numérica [3].

Este trabajo aborda estas limitaciones mediante la regularización mejorada con gradientes, extendiendo CZM para incorporar la evolución no local del daño. Concretamente se extiende la metodología de [4]. Al incorporar regularización no local mediante conceptos mejorados con gradientes, se alivian los estrictos requisitos de malla preservando el comportamiento cohesivo fundamental, preservando la degradación física progresiva de la interfase. Aunque otras técnicas como promediados especiales [5] o reducción en la resistencia cohesiva [1] han sido propuestos para mitigar la dependencia de la malla, estos métodos introducen parámetros adicionales requiriendo calibración que puede alterar la interpretación física del proceso de fractura. El marco de regularización examinado ofrece un enfoque alternativo manteniendo coherencia con la formulación cohesiva subyacente mientras muestra eficiencia computacional y robustez del modelo.

Este artículo se organiza de la siguiente manera. La Sección 2 describe los componentes principales del modelo CZM, incluyendo la ley de tracción-separación bilineal y la formulación mejorada con gradientes. La Sección 3 evalúa el enfoque propuesto mediante una aplicación representativa de un test DCB. Finalmente, las principales conclusiones se resumen en la Sección 4.

2. FORMULACIÓN NUMÉRICA

Esta sección presenta los componentes principales de la formulación de interfaz cohesiva mejorada con gradientes. El desarrollo comienza con la ley de tracción-separación bilineal, que proporciona el marco constitutivo para el comportamiento de la interfaz bajo carga en modo mixto. Posteriormente, se introduce el marco de regularización mejorado con gradientes para abordar las limitaciones de sensibilidad a la malla inherentes a los CZM convencionales. La incorporación de un campo de daño no local gobernado por una ecuación diferencial parcial tipo Helmholtz permite a la formulación alcanzar predicciones independientes de la malla preservando los mecanismos físicos fundamentales de la degradación de la interfaz.

2.1. Ley cohesiva bilineal

El punto de partida para la formulación propuesta es la consideración de dos cuerpos deformables denotados como $\Omega^{(1)}$ y $\Omega^{(2)}$, con sus respectivos contornos identificados por $\partial\Omega^{(1)}$ y $\partial\Omega^{(2)}$, véase la Figura 1. Los puntos materiales correspondientes se denotan por $\mathbf{x}^{(i)} \in \Omega^{(i)}$ y el campo de desplazamientos como

$\mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t): \Omega^{(i)} \times [0, t] \rightarrow \mathbb{R}^3$ siendo $[0, t]$ el intervalo de tiempo e $i = 1, 2$. Las tracciones y desplazamientos prescritos se denotan por $\hat{\mathbf{t}}^{(i)}$ en $\partial\Omega_t^{(i)}$ y $\hat{\mathbf{u}}^{(i)}$ en $\partial\Omega_u^{(i)}$. Existe una interfaz cohesiva ($\Gamma^{(c)}$) entre los dos cuerpos deformables $\Omega^{(1)}$ y $\Omega^{(2)}$. Esta interfaz cohesiva se caracteriza por el vector de tracción (\mathbf{T}_c) que actúa sobre la zona cohesiva.

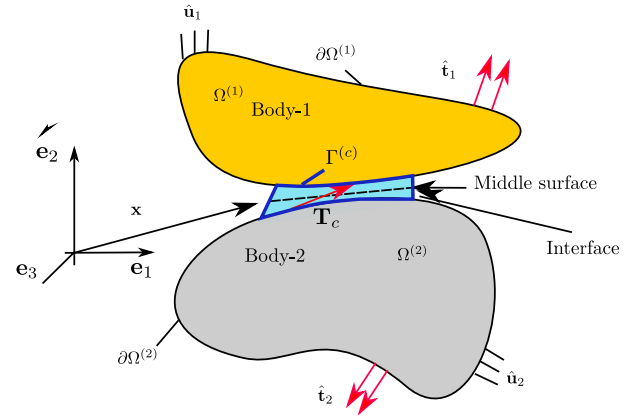


Figura 1. Representación de una interfaz cohesiva que separa dos sólidos deformables.

En este desarrollo, se adopta la ley de tracción-separación bilineal propuesta por [1]. La Figura 2 muestra una representación de esta ley cohesiva para los modos de fractura en el plano (modos I y II). En esta representación, la iniciación del daño para cada modo de fractura se activa cuando las tracciones en la interfaz alcanzan los valores críticos denotados con el subíndice c' , mientras que los desplazamientos relativos en la descohesión total corresponden al subíndice f . Las propiedades nominales de la interfaz se identifican mediante el superíndice \circ . El área encerrada bajo la ley de tracción-separación para cada modo corresponde a la energía total disipada por unidad de área e iguala la tasa de liberación de energía crítica del modo correspondiente (denotada como \mathcal{G}_{IC} , \mathcal{G}_{IIC} y \mathcal{G}_{IIIC} para los modos de fractura I, II y III, respectivamente).

La ley de tracción-separación exhibe dos regiones distintas para la respuesta de la interfaz. Primero, un rango elástico lineal inicial antes del inicio de la degradación, el cual se caracteriza por una rigidez para cada modo de fractura: K_n para el modo I y K_s para el modo II (típicamente extendida al modo III, K_t). La descohesión comienza una vez que se satisface una forma particular del criterio de iniciación del daño, es decir, cuando se alcanza un valor crítico de tensión. En este contexto, las tracciones máximas admisibles en la interfaz se identifican por $\sigma_c^{(0)}$ y $\tau_c^{(0)}$ y los desplazamientos críticos que determinan el inicio de la rama de ablandamiento ($g_{nc}^{(0)}$ para el modo I y $g_{sc}^{(0)} = g_{tc}^{(0)}$ para los modos II y III) se obtienen mediante las siguientes expresiones:

$$g_{nc}^{(0)} = \frac{\sigma_c^{(0)}}{K_n}, g_{sc}^{(0)} = \frac{\tau_c^{(0)}}{K_s}, g_{tc}^{(0)} = \frac{\tau_c^{(0)}}{K_t} \quad (1)$$

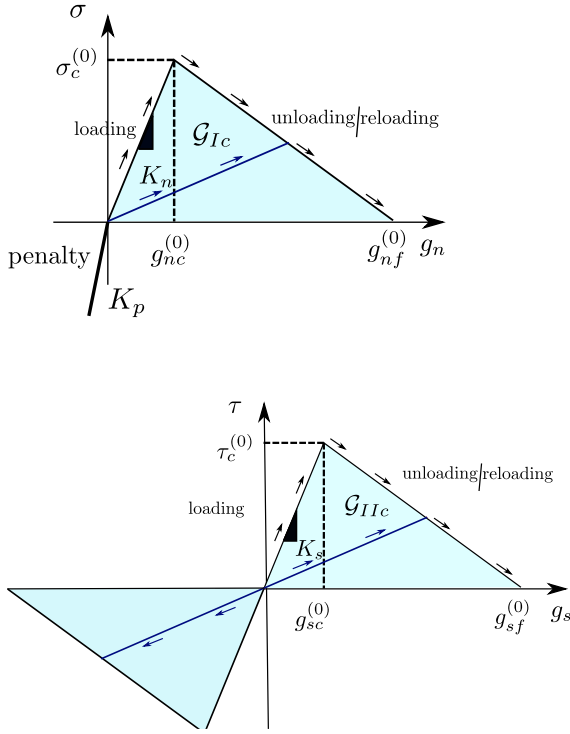


Figura 2. Ley bilineal de tracción-separación en 2-D: curvas de comportamiento para los modos de fractura I y II.

Los desplazamientos de apertura finales que determinan la descohesión total de la interfaz para cada modo pueden calcularse a partir de la tasa de liberación de energía crítica como sigue:

$$g_{nf}^{(0)} = \frac{2\mathcal{G}_{IC}}{K_n g_{nc}^{(0)}}, g_{sf}^{(0)} = \frac{2\mathcal{G}_{IIc}}{K_s g_{sc}^{(0)}}, g_{tf}^{(0)} = \frac{2\mathcal{G}_{IIIc}}{K_t g_{tc}^{(0)}} \quad (2)$$

El seguimiento del daño en el modelo cohesivo se realiza mediante la variable escalar \mathfrak{d}_i , donde 0 denota ausencia de daño y 1 denota descohesión total. Esta variable puede calcularse como:

$$\mathfrak{d}_i = \frac{g_{eq,f}^{(0)}(g_{eq}^{(0)} - g_{eq,c}^{(0)})}{g_{eq}^{(0)}(g_{eq,f}^{(0)} - g_{eq,c}^{(0)})} \quad (3)$$

donde $g_{eq}^{(0)}$ denota el desplazamiento equivalente actual evaluado con las propiedades nominales de la interfaz. Las combinaciones de los diferentes modos de fractura se definen mediante un desplazamiento efectivo o equivalente que tiene en cuenta el modo mixto en la fractura. El vector *displacement gap* se denota como $\mathbf{g} = \{g_s, g_t, g_n\}^T$, donde g_n representa la componente normal y g_s, g_t las componentes tangenciales. El desplazamiento efectivo se expresa entonces como:

$$g_{eq} = \sqrt{\langle g_n \rangle^2 + \iota^2 g_{sh}^2}; g_{sh} = \sqrt{g_s^2 + g_t^2} \quad (4)$$

donde el parámetro ι representa un factor de ponderación entre los modos de fractura normal y cortante.

2.2. Formulación mejorada de gradiente de daño

El marco de regularización con gradientes aborda las limitaciones de sensibilidad a la malla inherentes a los modelos de zona cohesiva convencionales mediante la introducción de un campo de daño no local gobernado por una ecuación diferencial parcial adicional. Dicha ecuación adicional tipo Helmholtz está gobernada por una escala de longitud intrínseca ℓ_p en la formulación para proporcionar objetividad de malla. La idea clave es la introducción de un campo de daño no local, denotado como ϕ , que se relaciona con su contraparte local \mathfrak{d}_i mediante un procedimiento de promediado sobre un dominio característico. La relación entre ambas partes, local y no local, sería:

$$\phi - \ell_p^2 \nabla_x^2 \phi = \mathfrak{d}_i \quad (6)$$

La longitud interna ℓ_p no se prescribe a priori como un parámetro constante, sino que evoluciona durante el proceso de deformación como una función del modo de fractura activo. Siguiendo consideraciones clásicas de la mecánica de la fractura [6], la zona de proceso de fractura para los modos de fractura I y II puede caracterizarse mediante las siguientes escalas de longitud:

$$\ell_{czm,I} = \frac{\hat{E}\mathcal{G}_{IC}}{(\sigma_c^{(0)})^2}; \ell_{czm,II} = \frac{\hat{G}\mathcal{G}_{IIc}}{(\tau_c^{(0)})^2} \quad (7)$$

donde \hat{E} es el módulo elástico característico del adherente perpendicular al frente de grieta bajo modo I, y \hat{G} es el módulo de cortante característico del adherente asociado con el modo de fractura II. Estas escalas de longitud proporcionan una medida físicamente significativa de la extensión sobre la cual operan las fuerzas cohesivas por delante de la punta de la grieta.

Basándose en consideraciones energéticas que gobiernan la delaminación en modo mixto, se define una longitud equivalente de zona de proceso de fractura $\ell_{czm,eq}$ para adaptarse a la mixicidad de modo predominante. El criterio de selección emplea el parámetro B del criterio de Benzeggagh-Kenane, que cuantifica la contribución relativa de los modos de cortante:

$$B = \frac{\beta^2}{1 + 2\beta^2 - 2\beta} \quad (8)$$

La longitud equivalente de la FPZ $\ell_{czm,eq}$ se determina entonces de acuerdo con el modo de fractura predominante:

$$\ell_{czm,eq} = \begin{cases} \ell_{czm,I} & \text{si } B < 0.1 \\ (\ell_{czm,I} + \ell_{czm,II})/2 & \text{si } 0.1 \leq B \leq 0.9 \\ \ell_{czm,II} & \text{si } B > 0.9 \end{cases} \quad (9)$$

Para lograr objetividad de malla preservando la consistencia energética de la formulación cohesiva, la escala de longitud interna ℓ_p de la regularización con gradientes debe relacionarse con la longitud físicamente

significativa de la FPZ. Se introduce un factor de proporcionalidad $m \geq 1$ para controlar la extensión de la interacción no local, permitiendo así el ajuste de la zona de regularización en relación con la zona de proceso físico. Por lo tanto, la relación entre la longitud de mejoramiento con gradientes ℓ_p y la longitud equivalente de la FPZ $\ell_{czm,eq}$ se establece como:

$$\ell_p = m\ell_{czm,eq} \quad (10)$$

Esta elección afecta directamente la definición de la resistencia crítica de la interfaz a nivel del punto de integración. Dado que la longitud de regularización ℓ_p es mayor o igual que la longitud física de la FPZ $\ell_{czm,eq}$, las resistencias de la interfaz deben escalarse en consecuencia para preservar la energía total disipada durante el proceso de fractura. Para los modos de fractura I y II, las resistencias efectivas de la interfaz se definen como:

$$\sigma_c = \sigma_c^{(0)} \frac{\ell_{czm,eq}}{\ell_p}, \tau_c = \tau_c^{(0)} \frac{\ell_{czm,eq}}{\ell_p} \quad (11)$$

3. APLICACIÓN: ENSAYO DCB

Las propiedades del material para el laminado de epoxi reforzado con fibra de carbono T300/977-2 empleado se resumen en las Tablas 1 y 2. Las discretizaciones de malla se identifican en la Tabla 3. Se adopta el criterio de Benzeggagh-Kenane para fractura en modo mixto, asumiendo $\mathcal{G}_{IIC} = \mathcal{G}_{IIIc}$.

Desde una perspectiva computacional, la formulación CZM mejorada con gradientes propuesta se implementa como una subrutina de usuario en *ABAQUS*. El problema acoplado de desplazamiento-daño no local se resuelve usando un esquema de solución tipo *staggered*. Las simulaciones se realizan bajo control de desplazamiento con algoritmos de paso de tiempo adaptativo. La longitud de regularización se establece para asegurar una resolución adecuada del campo de daño no local, con valores típicos que satisfacen $\ell_p \geq 2h$, siendo h el tamaño del elemento.

Se replica el ensayo de viga DCB explorado por [1], que sirve como punto de referencia para la fractura en modo I en laminados compuestos. La probeta tiene una longitud total de 150 mm, un ancho de 20.0 mm, y un espesor de

E_{11}	$E_{22} = E_{33}$	G_{12}	G_{13}	G_{23}	$\nu_{12} = \nu_{13}$	ν_{23}
(GPa)	(GPa)	(GPa)	(GPa)	(GPa)		
150	11	6	6	3.7	0.32	0.45

Tabla 1. Propiedades materiales para el laminado de epoxi reforzado con fibra de carbono T300/977-2.

K_n	$\sigma_c^{(0)}$	$\tau_c^{(0)}$	\mathcal{G}_{IC}	\mathcal{G}_{IIC}	η
(N/mm ³)	(MPa)	(MPa)	(N/mm)	(N/mm)	
10 ⁶	60	60	0.352	0.352	2

Tabla 2. Propiedades materiales de interfase para las aplicaciones usando el criterio de Benzeggagh-Kenane.

Mesh A	Mesh B	Mesh C	Mesh D
ℓ_p (mm)			
1	0.5	0.25	0.125

Tabla 3. Valores de la longitud de escala no local ℓ_p para cada discretización empleada.

1.98 mm para cada brazo individual. La Figura 3 muestra la geometría y la configuración de la malla, con un espesor de interfaz de 0.08 mm. Las capas del compuesto reforzado con fibra están orientadas a 0° con respecto a la dirección longitudinal de la probeta.

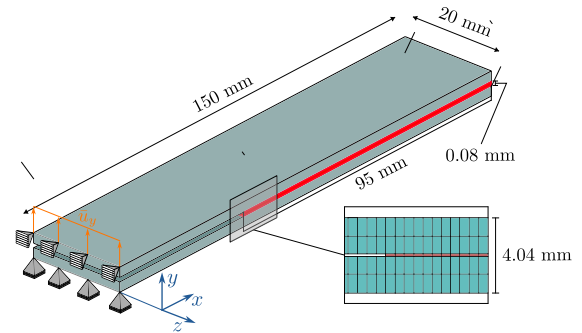


Figura 3. Geometría y malla del DCB.

De acuerdo con [1], la longitud característica de la zona de proceso de fractura para el modo I, asumiendo que este modo es predominante a lo largo de la propagación de la grieta, es igual a $\ell_{czm,I} = \ell_{czm,eq} = 0.95$ mm. Como se indicó previamente, las formulaciones de zona cohesiva estándar requieren entre 2-5 elementos cohesivos dentro de la FPZ para mitigar los efectos de dependencia del tamaño de malla. Esto corresponde a un tamaño de elemento ℓ_e menor que 0.5 mm para obtener resultados precisos cuando se comparan con datos experimentales.

Las simulaciones numéricas emplean modelos 3-D con dos capas de elementos sólidos de 8 nodos para los adherentes y una sola capa de elementos de interfaz cohesiva definidos por el usuario. Se utilizan mallas congruentes para los adherentes y la interfaz, asegurando discretización espacial consistente y compatibilidad cinemática.

Se examinan cuatro refinamientos de malla diferentes, que van desde la discretización más gruesa (Malla A con $\ell_e = 1$ mm) hasta la más fina (Malla D con $\ell_e = 0.125$ mm). Se realizaron varios conjuntos de simulaciones para evaluar el papel de la regularización de gradiente en reproducir los datos experimentales y alcanzar soluciones de equilibrio convergidas a lo largo del proceso de carga. Los cálculos se realizaron usando control de desplazamiento con un incremento inicial del 1% del desplazamiento final.

La Figura 4 presenta las curvas de carga-desplazamiento para diferentes densidades de malla y valores del

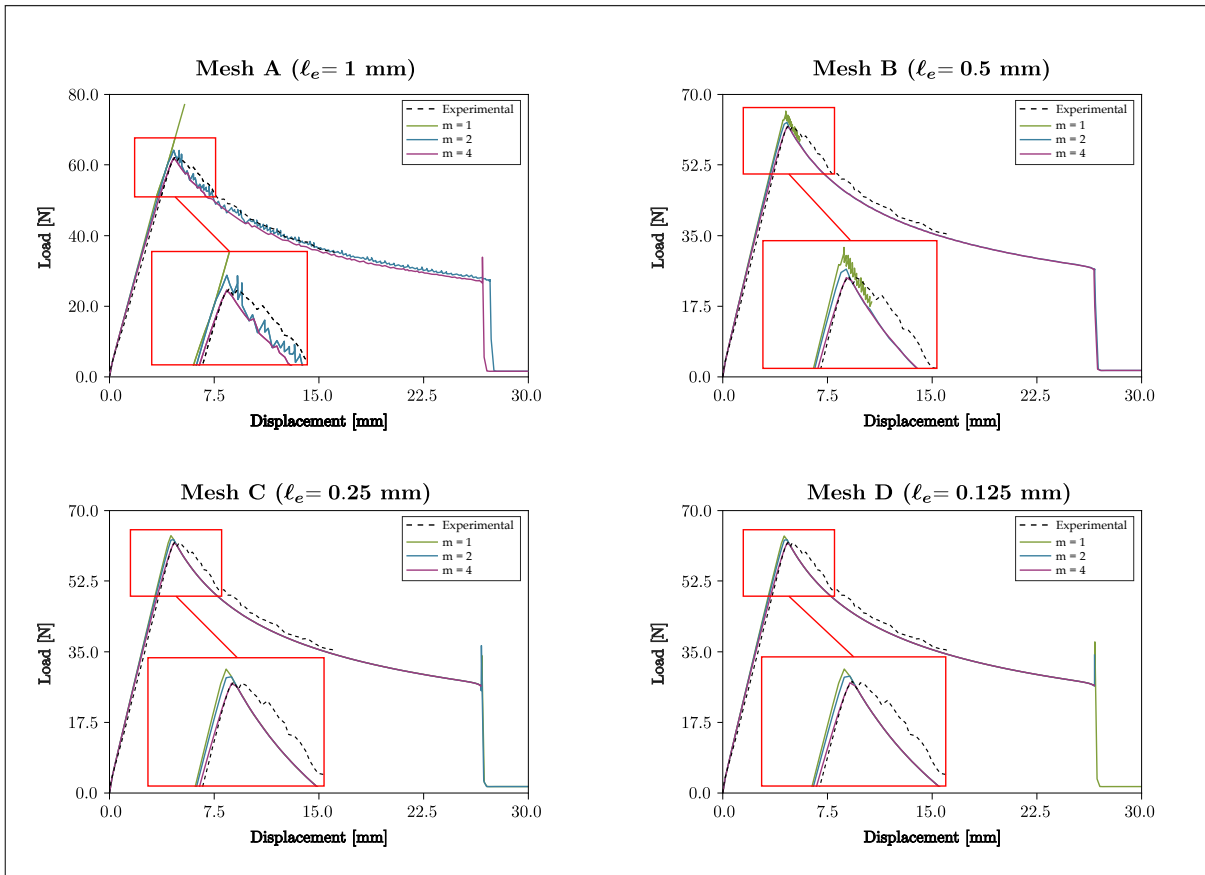


Figura 4. Curvas fuerza-desplazamiento del ensayo DCB para las diferentes mallas.

parámetro de proporcionalidad m : (i) $m = 1$, (ii) $m = 2$, y (iii) $m = 4$. Siguiendo la Ecuación (11), establecer $m > 1$ conduce a una reducción en los parámetros de resistencia nominal de la interfaz, ampliando así efectivamente la zona de proceso de fractura en las simulaciones numéricas.

Los resultados con las discretizaciones más finas, Malla D y Malla C, muestran que el caso con efecto gradiente mínimo ($m = 1$) capturó con precisión la respuesta no lineal carga-desplazamiento durante el proceso completo de decohesión, consistente con [1], mientras que introducir mayor carácter no local con $m = 2$ y $m = 4$ no mejoró la respuesta. Para discretizaciones más gruesas, la contribución del gradiente se volvió más significativa: en Malla B ($\ell_e = 0.5$ mm), con menos de dos elementos finitos dentro de la FPZ física (0.95 mm), se encontraron severas dificultades de convergencia con $m = 1$ que se mitigaron efectivamente adoptando $m = 2$ y $m = 4$, restaurando la convergencia numérica y manteniendo la respuesta carga-desplazamiento prácticamente inalterada comparada con las discretizaciones más finas. Esta tendencia persistió para la discretización más gruesa, Malla A ($\ell_e = 1$ mm), donde $m = 1$ sobreestimó sustancialmente la carga pico y condujo a terminación prematura por fallo de convergencia, mientras que la regularización con gradientes con $m = 2$ y $m = 4$ permitió convergencia estable y produjo una respuesta completa en excelente acuerdo con las mediciones experimentales.

La Figura 5 muestra los patrones de daño en la interfaz cohesiva para una etapa avanzada del proceso de delaminación. Una comparación directa de las variables de daño local (δ_i) y no local (ϕ) se muestra en dicha figura para la Malla C, siendo los resultados cualitativamente similares para otros casos de malla diferente. Este gráfico ilustra claramente el efecto del parámetro de proporcionalidad m tanto sobre la extensión espacial de la FPZ como sobre las propiedades de resistencia nominal de la interfaz: valores más altos de m producen patrones de daño no local más difusos.

También se presentan en dicha micrografía resultados de convergencia de malla para diferentes tamaños de elemento finito. Este gráfico demuestra que el patrón de daño no local es prácticamente insensible al tamaño de malla, confirmando el carácter objetivo respecto a la malla de la formulación mejorada con gradientes.

4. CONCLUSIONES

Este trabajo ha examinado la formulación y evaluación de un modelo de zona cohesiva mejorado con gradientes para análisis de delaminación en laminados compuestos reforzados con fibra. El enfoque propuesto introduce un campo de daño no local gobernado por una ecuación diferencial parcial tipo Helmholtz, incorporando una escala de longitud intrínseca que proporciona regularización espacial de la evolución del daño.

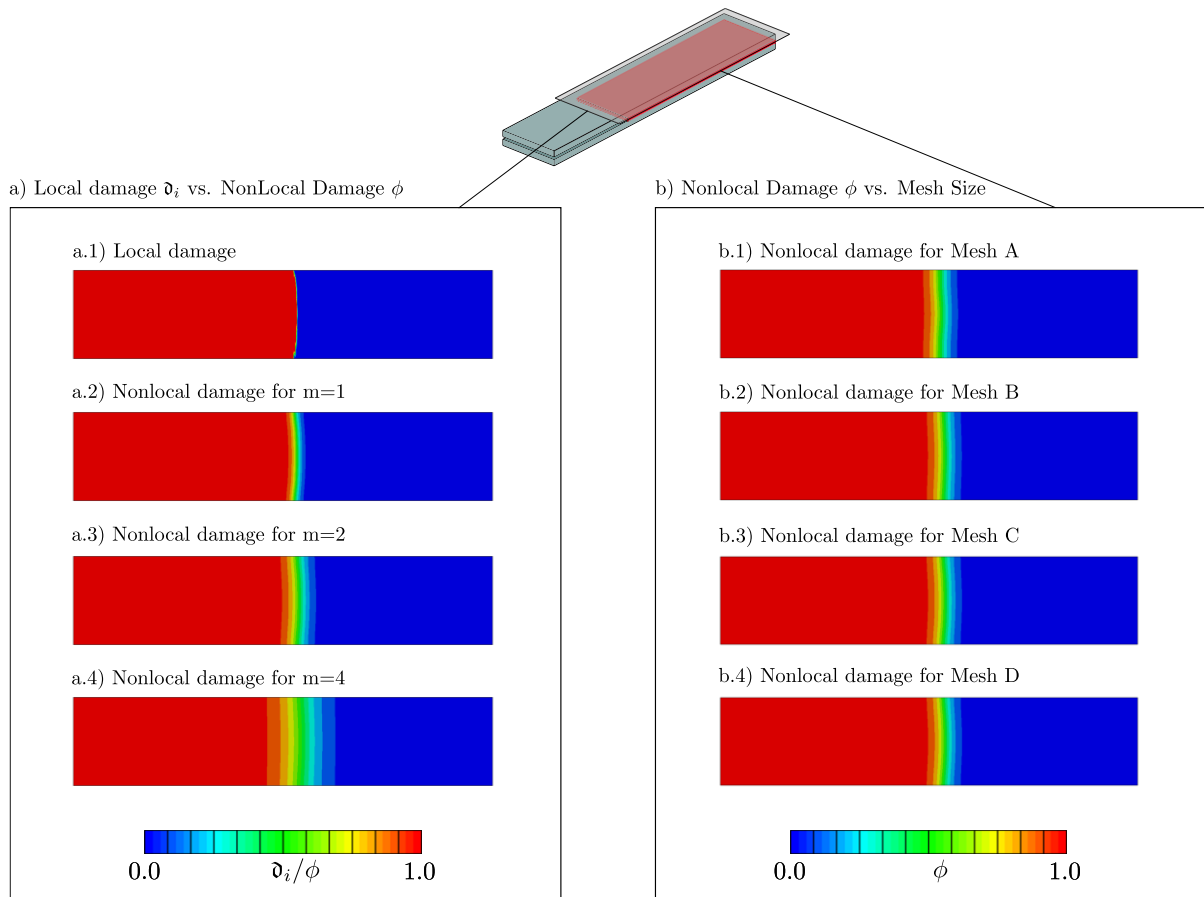


Figura 5. Patrones de daño local y no local para diferentes mallas en el ensayo DCB.

Para su validación, se examinó el ensayo DCB en una viga. En dicho ejemplo, la formulación mejorada con gradientes logró exitosamente comportamiento objetivo respecto a la malla. Las discretizaciones de malla fina produjeron resultados consistentes independientemente del parámetro de proporcionalidad m , con excelente acuerdo con los datos experimentales de [1]. Lo interesante es que para discretizaciones más gruesas donde los modelos cohesivos convencionales encuentran severas dificultades de convergencia o fallan completamente, la regularización no local permitió convergencia estable y capturó el proceso completo de descohesión.

AGRADECIMIENTOS

POR y AVG agradecen el apoyo financiero del Ministerio de Ciencia e Innovación de España a través del proyecto PID2020-117001GB-I00. POR agradece el apoyo de la Universidad de Sevilla a través de la beca VIPPIT-2020-II.2. JR y AVG agradecen el apoyo financiero del Ministerio de Ciencia e Innovación de España a través del proyecto PID2024-157616OA-C22.

REFERENCIAS

[1] A. Turon, C.G. Dávila, P.P. Camanho, J. Costa, An engineering solution for mesh size effects in the simulation of delamination using cohesive zone models,

Engineering Fracture Mechanics, 74 (10), 2007, 1665-1682.

[2] J. Reinoso, M. Paggi, A. Blázquez, A nonlinear finite thickness cohesive interface element for modeling delamination in fibre-reinforced composite laminates, Composites Part B: Engineering, 109, 2017, 116-128.

[3] B.L.V. Bak, E. Lindgaard, and E. Lund, Analysis of the integration of cohesive elements in regard to utilization of coarse mesh in laminated composite materials. Int. J. Numer. Meth. Engng, 99, 2014, 566-586.

[4] N. Valoroso, A Regularized Interface Model for Simulating the Response of Adhesive Joints. Annals of Dunarea de Jos University of Galati Fascicle XII Welding Equipment and Technology, 35, 2024, 133-138.

[5] M. Paggi, P. Wriggers, A nonlocal cohesive zone model for finite thickness interfaces – Part I: Mathematical formulation and validation with molecular dynamics, Computational Materials Science, 50 (5), 2011, 1625-1633.

[6] G.I. Barenblatt, The Mathematical Theory of Equilibrium Cracks in Brittle Fracture, Editor(s): H.L. Dryden, Th. von Kármán, G. Kuerti, F.H. van den Dungen, L. Howarth, Advances in Applied Mechanics, Elsevier, 7, 1962, 55-129.